

DOI: 10.11779/CJGE201502004

正常固结黏土的三维弹塑性本构模型

杜修力^{1, 2}, 马 超^{1, 2}, 路德春^{1, 2}

(1. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124; 2. 北京工业大学建筑工程学院, 北京 100124)

摘 要: β 应力空间内的非线性统一强度理论, 与普通应力空间内的 Drucker-Prager 强度理论的形式相同。类比剑桥模型采用应力参量 p 和 q 的建模方法, 在 β 应力空间内建立了土的三维弹塑性本构模型。首先提出了新的剪胀方程, 结合正交条件, 以 p_β , q_β 作为应力参量得到塑性势函数; 其次模型建立过程中采用了修正剑桥模型的屈服面及非关联流动法则; 这种建模思路是一种新的直接建立三维弹塑性模型的方法。模型以岩土类材料的非线性统一强度理论为破坏条件, 能够合理地反映岩土类材料的三维强度特性, 较好地描述土体的变形特性, 且能够退化为修正剑桥模型。

关键词: 土; 三维化; 剪胀方程; 塑性势函数

中图分类号: TU47

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2015)02 - 0235 - 07

作者简介: 杜修力(1962 -), 男, 长江学者特聘教授, 博士生导师, 主要从事地震工程方面的研究, E-mail: duxiuli@bjut.edu.cn。

Three-dimensional elastoplastic constitutive model for normal consolidated clays

DU Xiu-li^{1, 2}, MA Chao^{1, 2}, LU De-chun^{1, 2}

(1. Key Lab of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. College of Architecture and Civil Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The nonlinear unified strength theory in β stress space is similar to the Drucker-Prager strength theory in principal stress space. Compared with the establishment of Cam-clay model with stress parameters of p and q , a new three-dimensional elastoplastic constitutive model is established in β stress space. A new dilatancy equation is proposed, and then plastic potential function is obtained combined with the orthogonality condition. The new model is based on the nonassociated flow rule and yield function of modified Cam-clay model. It is a new idea to establish three-dimensional elastoplastic constitutive model directly. The proposed model in which the failure condition is based on nonlinear unified strength theory can reflect the deformation and strength characteristics of soils reasonably, and can be devolved into the Cam-clay model.

Key words: soil; three-dimension; dilatancy equation; plastic potential function

0 引 言

土在三维应力状态下的强度与变形规律是土木工程学科的一个重要课题。土的弹塑性本构模型建立了应力与应变之间的关系, 它是在简化假设的基础上建立能够描述土的强度特性和变形特性的数学表达式。目前在塑性理论的框架内, 建立土的三维弹塑性本构模型的方法可以分为两类: ①基于某种三维强度准则直接建立本构模型; ②先在三轴压缩子午面内建立模型, 然后基于某种强度准则在偏平面内实现三维化。

材料的三维强度理论是基于岩土类材料的试验规律或岩土类材料破坏的某种观点而建立的^[1]。以强度准则作为材料的屈服条件, 建立土的应力与应变之间的关系, 即第一类三维弹塑性本构模型, 如 Lade-Duncan 模型^[2]、Matsuoka-Nakai 模型^[3]等。Lade 等^[2]根据试验规律, 归纳得到了能够反映砂土三维强

度特性的 Lade 强度准则, 将其作为屈服条件, 采用相关联流动法则, 建立了土的三维本构模型; 该模型中的硬化参数为塑性功, 弹性应变增量采用广义 Hoek 定律求得; 本构模型中的材料参数均能通过简单试验获得; 之后, Lade 等^[4]采用非关联流动法则对本构模型进行了修正, 使其能够反映土的黏聚强度、软化特性等。Matsuoka 等^[3]提出了材料的空间滑动面 spatially mobilized plane (SMP), 建立了 Matsuoka-Nakai (M-N) 强度理论; 分别在三轴压缩和三轴伸长条件下, 研究了 SMP 上剪应变与正应变比、剪应变与正应力比之间的关系; 并将两者统一起来, 建立了三维应力应变关系。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (91215301, 51278012, 51421005);
北京工业大学博士生创新奖学金资助项目 (YB201406)

收稿日期: 2014 - 03 - 03

1963 年 Roscoe 等^[5]在临界状态土力学的框架内以平均主应力 p 和广义剪应力 q 为应力参量提出的剑桥模型,是目前应用最为广泛的弹塑性本构模型之一。剑桥模型描述土体等向固结时会产生塑性剪切应变,这与实际情况不符,为了解决这一问题,1968 年 Roscoe 等^[6]对剑桥模型进行了修正。剑桥模型与修正剑桥模型都是通过 Drucker-Prager (D-P) 强度准则扩展为三维本构模型;试验结果表明,D-P 强度理论过高地估计了除三轴压缩条件以外土体的抗剪强度,并导致了在平面应变条件下错误的中主应力比^[7]。Zienkiewicz 等^[8]提出的 $g(\theta)$ 方法是实现模型三维化的另一种方法,该方法通过提出偏平面上的形状函数,将子午面内的屈服面扩展到三维应力空间来建立材料的弹塑性本构模型。Satake 给出了 M-N 强度理论的 $g(\theta)$ 表达式^[9],对修正剑桥模型进行了三维化。但这种方式得到的模型,无法描述土体在加载过程中的应力诱导各向异性。沈珠江等^[10-11]采用半对数曲线拟合的体积屈服函数和双曲线拟合的剪切屈服函数建立了一种双屈服面本构模型,在偏平面上采用 Prandtl-Reuss 假设对模型进行了三维化。李广信^[12]根据试验结果确定了塑性应变增量方向,提出了屈服面与塑性势面,并建立了能够反映土体剪胀特性的清华模型,模型的三维化采用了根据试验结果提出的偏平面上圆弧状的分段形状函数。姚仰平等提出了变换应力的三维化方法,即在变换应力空间内,分别将 Lade 强度准则^[13]、M-N 强度理论^[14]或广义非线性强度理论(GNST)^[15]扩展为 D-P 强度理论的形式,并作为剪切破坏条件与剑桥模型结合起来,使剑桥模型得到三维化。

屈服函数和塑性势函数是建立弹塑性本构模型的两个关键问题。非线性统一强度理论^[1]在 β 应力空间内与 D-P 强度理论在主应力空间内形式相同,为圆锥形强度面;而在主应力空间内为一系列连续光滑、外凸的强度面,能够合理地反映岩土类材料的三维强度特性。

本文基于临界状态土力学的框架,在 β 应力空间内,提出了新的剪胀方程,并采用剑桥模型相同的方法建立了弹塑性本构模型。模型是以非线性统一强度理论作为剪切破坏条件,能够合理地反映土体的三维强度特性,这种方法是一种新的建立三维本构模型的方法。利用三轴压缩与拉伸条件下的试验数据^[16]分析了 β 应力空间内的剪胀方程,并采用典型三轴试验和真三轴试验数据^[17-18]验证了三维弹塑性本构模型的合理性。

1 非线性统一强度理论及 β 应力空间

笔者等^[1]近期提出了岩土材料的非线性统一强度理论,该理论形成了 β 应力空间 σ_i^β ($i=1, 2, 3$),即 $\sigma_i^\beta = (\sigma_i)^\beta$,以 σ_1^β , σ_2^β , σ_3^β 为主应力的新应力空间,其中 σ_1 , σ_2 , σ_3 为普通应力空间的 3 个主应力。

非线性统一强度理论认为,材料的抗剪强度为 β 应力空间八面体面上正应力的函数,对于无黏性土,其表达式为

$$\frac{q_\beta}{p_\beta} = M_\beta, \quad (1)$$

式中, p_β , q_β 分别为 β 应力空间内的平均应力、广义剪应力,

$$p_\beta = \frac{\sigma_1^\beta + \sigma_2^\beta + \sigma_3^\beta}{3}, \quad (2)$$

$$q_\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1^\beta - \sigma_2^\beta)^2 + (\sigma_2^\beta - \sigma_3^\beta)^2 + (\sigma_3^\beta - \sigma_1^\beta)^2}. \quad (3)$$

β 为反映材料三轴拉压强度比的参数; M_β 为破坏应力比。 β 的值由三轴压缩条件下的内摩擦角 φ_c 和三轴伸长条件下的内摩擦角 φ_e 根据下式确定:

$$\frac{(1 + \sin \varphi_e)^\beta - (1 - \sin \varphi_e)^\beta}{(1 + \sin \varphi_e)^\beta + 2(1 - \sin \varphi_e)^\beta} = \frac{(1 + \sin \varphi_c)^\beta - (1 - \sin \varphi_c)^\beta}{2(1 + \sin \varphi_c)^\beta + (1 - \sin \varphi_c)^\beta}. \quad (4)$$

M_β 由三轴压缩条件下的内摩擦角 φ_c 根据下式确定:

$$M_\beta = 3 \frac{(1 + \sin \varphi_c)^\beta - (1 - \sin \varphi_c)^\beta}{(1 + \sin \varphi_c)^\beta + 2(1 - \sin \varphi_c)^\beta}. \quad (5)$$

式中, φ_c 和 φ_e 为两个独立的参数,由式 (4) 可知,材料的强度参数也可用两个独立的参数 β 和 φ_c 表述。

在 β 应力空间内,非线性统一强度理论的强度面为圆锥面,与 Drucker-Prager 强度理论在应力空间 σ_{ij} 中的强度面形状相同。但在主应力空间的偏平面上,非线性统一强度理论的强度曲线,为介于 D-P 圆与 M-N 曲线间的连续光滑曲线,合理地反映了岩土材料的三维强度特性。且由于 $\beta < 0.01$ 时,偏平面上的强度线几乎重合,因此,在实际应用中,取一个较小的值(如 0.01),来描述 $\beta = 0$ 的材料的强度特性。

2 土的三维弹塑性本构模型

剑桥模型是应用最为广泛的土的弹塑性本构模型之一。Roscoe 等^[5-6]利用剪胀方程与正交条件获得塑性势函数的微分方程,并积分获得塑性势函数,以塑性体积应变作为硬化参数;剑桥模型的建立采用了相关联流动法则。

在 β 应力空间内,采用与建立剑桥模型相同的方

法建立土的本构模型的关键问题, 是提出剪胀方程, 并在此基础上获得塑性势函数。

2.1 剪胀方程

剑桥模型的剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = M - \eta \quad (6)$$

式中, $M = 6 \sin \varphi_c / (3 - \sin \varphi_c)$ 为破坏应力比, $\eta = q/p$ 为应力比, $d\varepsilon_v^p$ 为塑性体应变增量, $d\varepsilon_d^p$ 为塑性剪应变增量, p , q 分别为平均应力、广义剪应力,

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (7)$$

$$q = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (8)$$

修正剑桥模型的剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (9)$$

剑桥模型和修正剑桥模型剪胀方程的曲线如图 1 所示。剑桥模型与修正剑桥模型剪胀方程的区别在于, 同一应力比下修正剑桥模型描述的塑性体积应变增量与塑性剪切应变增量比值 (塑性应变增量比 $d\varepsilon_v^p / d\varepsilon_d^p$) , 比剑桥模型描述的塑性应变增量比大。此外, 剑桥模型描述土体在等向固结时应变增量比 $d\varepsilon_v^p / d\varepsilon_d^p$ 为定值, 即等向固结时产生塑性剪应变, 这与实际情况不符; 而修正剑桥模型描述土体在等向固结时不会产生塑性剪切应变, 符合试验规律。

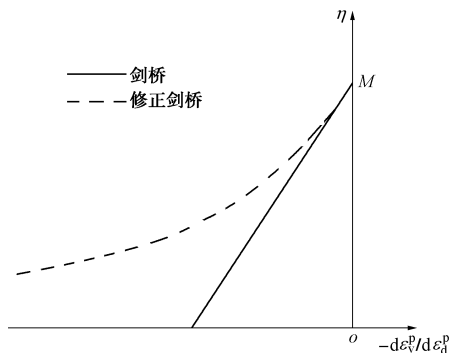


图 1 剑桥模型与修正剑桥模型的剪胀方程

Fig. 1 Dilatancy equations for Cam-Clay model and modified Cam-Clay model

根据土的塑性应变增量比 $d\varepsilon_v^p / d\varepsilon_d^p$ 与 β 应力空间内应力比 $\eta_\beta = q_\beta / p_\beta$ 之间的关系, 提出新的剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M_\beta^2 - \eta_\beta^2}{2\beta p_\beta} = \frac{M_\beta^2 p_\beta^2 - q_\beta^2}{2\beta p_\beta q_\beta} \quad (10)$$

式 (10) 描述土体在等向固结时不会产生塑性剪切应变, 符合试验规律。 $\beta = 1$ 时, 剪胀方程退化为修正剑桥模型的剪胀方程, $0 < \beta < 1$ 时, 剪胀方程适用于不同的材料。图 2 为采用修正剑桥模型剪胀方程与新提出的剪胀方程, 由图可知, 描述同一种材料应力

比 η 与塑性应变增量比之间的关系时, 两种剪胀方程所描述的应力比 η 与塑性应变增量比之间的关系基本相同。

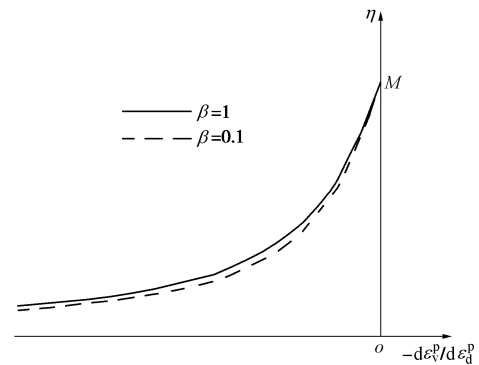


图 2 不同材料的剪胀方程

Fig. 2 Dilatancy equations for different materials

2.2 塑性势函数、屈服函数

在 β 应力空间内采用正交条件, 即假定应力 σ_{ij}^β 与塑性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^p$ 的主轴方向一致, 塑性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^p$ 与 β 应力空间内塑性势面正交, 即

$$\frac{d\varepsilon_d^p}{d\varepsilon_v^p} \frac{dq_\beta}{dp_\beta} = -1 \quad (11)$$

联立式 (10)、(11) 得

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M_\beta^2 p_\beta^2 - q_\beta^2}{2\beta p_\beta q_\beta} \quad (12)$$

求解微分方程 (12) 得

$$M_\beta^2 p_\beta^2 + (2\beta - 1)q_\beta^2 - C p_\beta^{\frac{1}{\beta}} = 0 \quad (13)$$

式中, C 为积分常数, 对于正常固结土, $q_\beta = 0$, $p_\beta = p_{\beta x}$ (p_x 为土的固结压力), 将其代入式 (13) 得

$$C = M_\beta^2 p_{\beta x}^{\frac{2\beta-1}{\beta}} \quad (14)$$

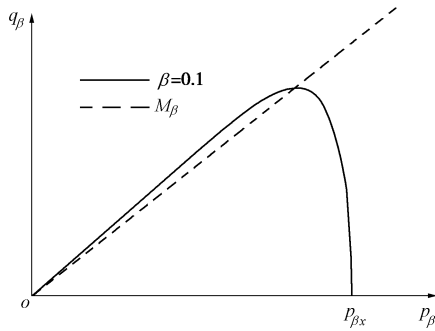
将式 (14) 代入式 (13), 得到塑性势函数为

$$g = M_\beta^2 p_\beta^2 + (2\beta - 1)q_\beta^2 - M_\beta^2 p_{\beta x}^{\frac{2\beta-1}{\beta}} p_\beta^{\frac{1}{\beta}} = 0 \quad (15)$$

式中, $p_{\beta x}$ 即为塑性势函数与 p_β 轴交点的横坐标。化简式 (15) 得

$$g = p_\beta^{\frac{2-1}{\beta}} + \frac{(2\beta-1)q_\beta^2}{M_\beta^2 p_\beta^{\frac{1}{\beta}}} - p_{\beta x}^{\frac{2\beta-1}{\beta}} = 0 \quad (16)$$

图 3 为 β 应力空间内的塑性势函数, 虚线为非线性强度模型。由图可知: 等向固结时, 塑性势面与 p_β 轴正交, 表明土体不产生塑性剪切应变, 只产生塑性体积应变; 当应力比达到非线性统一强度模型描述的土体强度时, 材料发生破坏, 塑性势面外法线与 q_β 轴平行, 表明土体的塑性体应变增量为零, 只产生塑性剪切应变, 反映了土体为剪切破坏这一特性。因此, 塑性势函数能够合理地反映土体的变形规律。

图3 β 应力空间内的屈服线Fig. 3 Yield curves in β stress space

以塑性体积应变作为硬化参数的修正剑桥模型，能够较好地描述土体的屈服特性，因此在建立模型时仍采用修正剑桥模型的屈服函数，其表达式为

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \left[\frac{M^2 p^2 + q^2}{M^2 p^2} \right] - \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} - \varepsilon_v^p = 0. \quad (17)$$

2.3 应变增量

根据弹塑性本构模型的概念，把总应变增量 $d\varepsilon_{ij}$ 表示为弹性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^e$ 与塑性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^p$ 之和，即

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p. \quad (18)$$

(1) 弹性应变增量

由广义 Hook 定律可知，弹性应变增量为

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1 + \mu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\mu}{E} d\sigma_{kk} \delta_{ij}, \quad (19)$$

$$E = 3(1 - 2\mu) \frac{1 + e_0}{\kappa} p, \quad (20)$$

式中， E 为弹性模量， μ 为 Poisson 比， σ_{ij} 为应力张量， $i, j, k = 1, 2, 3$ 。 δ_{ij} 为 Kronecker 符号，定义为

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}. \quad (21)$$

(2) 塑性应变增量

采用非相关联流动法则建立塑性应变增量与应力增量间的关系。根据一致性条件，对式 (17) 求全微分得

$$df = \frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p = 0. \quad (22)$$

根据塑性理论可知：

$$d\varepsilon_v^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial p_\beta}, \quad (23)$$

式中， $d\lambda$ 为塑性因子。

对式 (17) 求偏导得

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \frac{M^2 p^2 - q^2}{M^2 p^2 + q^2} \frac{1}{p}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \frac{2q}{M^2 p^2 + q^2}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_v^p} = -1. \quad (26)$$

对式 (16) 求偏导得

$$\frac{\partial g}{\partial p_\beta} = \left(2 - \frac{1}{\beta} \right) \frac{M_\beta^2 p_\beta^2 - q_\beta^2}{M_\beta^2 p_\beta^{1+\frac{1}{\beta}}}, \quad (27)$$

$$\frac{\partial g}{\partial q_\beta} = \frac{2(2\beta - 1)q_\beta}{M_\beta^2 p_\beta^{\frac{1}{\beta}}}. \quad (28)$$

将式 (23) ~ (27) 代入式 (22) 可得

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq}{\frac{\partial g}{\partial p_\beta}} = \frac{\beta}{2\beta - 1} \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \frac{M_\beta^2 p_\beta^{1+\frac{1}{\beta}}}{M_\beta^2 p_\beta^2 - q_\beta^2} \left(\frac{M^2 p^2 - q^2}{M^2 p^2 + q^2} \frac{dp}{p} + \frac{2q}{M^2 p^2 + q^2} dq \right). \quad (29)$$

土的塑性应变增量为

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}^\beta}, \quad (30)$$

式中，

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}^\beta} = \frac{\partial g}{\partial p_\beta} \frac{\partial p_\beta}{\partial \sigma_{ij}^\beta} + \frac{\partial g}{\partial q_\beta} \frac{\partial q_\beta}{\partial \sigma_{ij}^\beta}, \quad (31)$$

$$\frac{\partial p_\beta}{\partial \sigma_{ij}^\beta} = \frac{\delta_{ij}}{3}, \quad (32)$$

$$\frac{\partial q_\beta}{\partial \sigma_{ij}^\beta} = \frac{3(\sigma_{ij}^\beta - p_\beta \delta_{ij})}{2q_\beta}. \quad (33)$$

将式 (27)、(28)、(32)、(33) 代入式 (31) 得

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}^\beta} = \frac{\left(2 - \frac{1}{\beta} \right)}{M_\beta^2} \left[\frac{(M_\beta^2 p_\beta^2 - q_\beta^2) \delta_{ij}}{3 p_\beta^{1+\frac{1}{\beta}}} + \frac{3(\sigma_{ij}^\beta - p_\beta \delta_{ij})}{\beta} \right]. \quad (34)$$

由式 (29)、(34) 即可得到土的塑性应变增量为

$$d\varepsilon_{ij}^p = \beta \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left[\frac{\delta_{ij}}{3\beta} + \frac{3p_\beta(\sigma_{ij}^\beta - p_\beta \delta_{ij})}{M_\beta^2 p_\beta^2 - q_\beta^2} \right] \left(\frac{M^2 p^2 - q^2}{M^2 p^2 + q^2} \frac{dp}{p} + \frac{2q}{M^2 p^2 + q^2} dq \right). \quad (35)$$

由于非线性统一强度理论合理地考虑了中主应力的影响，因此基于它建立的土的三维弹塑性本构模型，能够合理地描述土体在复杂应力条件下的强度特性，并较好地反映土体的变形规律。

3 试验验证

3.1 剪胀方程验证

图 4 为 5 种不同砂土应力比与塑性应变增量比的

试验数据点^[16], 根据试验结果得到的材料参数 β 标注于图中, 土体剪胀方程的形式如图中曲线所示 ($\beta = 0.1$)。结果显示新的剪胀方程能够较好地描述土体的剪胀特性。

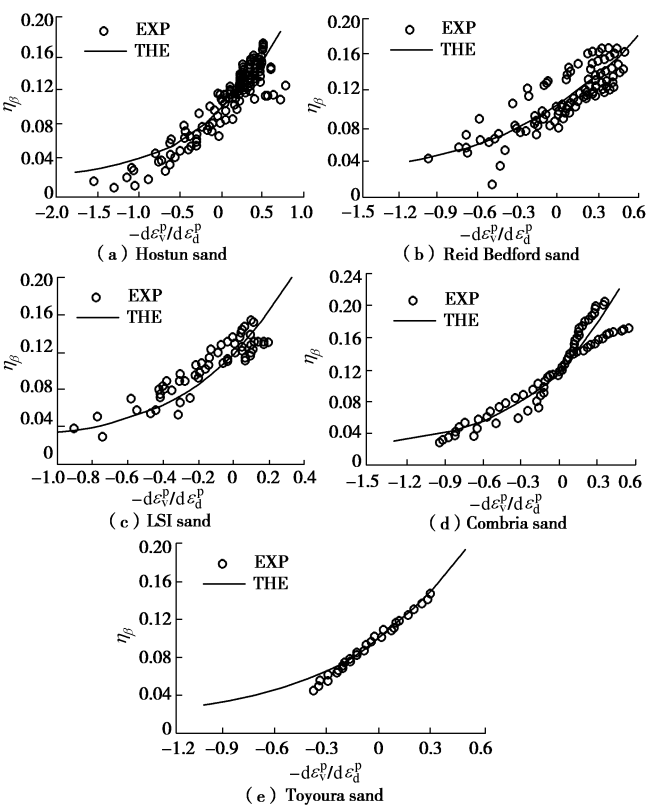


图4 不同土的剪胀方程

Fig. 4 Dilatancy equations for different types of soils

3.2 应力应变关系验证

利用名古屋工业大学在典型应力路径条件下三轴试验^[17]验证土的三维弹塑性本构模型。典型应力路径包括 σ_3 为常数的三轴压缩和三轴伸长、 p 为常数的三轴压缩和拉伸, 应力路径如图5所示。根据文献[18]整理得到土性参数分别为: $\varphi_c = 35^\circ$, $\beta = 0.1$, $\lambda/(1+e_0) = 0.0508$, $\kappa/(1+e_0) = 0.0112$, $\mu = 0.3$ 。模型预测结果与试验数据的对比如图6所示。

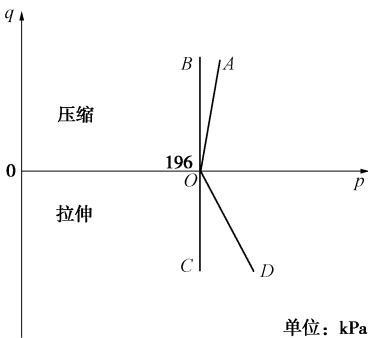


图5 典型应力路径三轴试验

Fig. 5 Stress paths of classical triaxial test

由图6可知, 模型可以较好地预测各种典型应力路径下土体的体积变形规律。此外, 模型不仅能够较好地描述各加载路径下土体的变形规律, 且能反映土体的极限承载状态, 即土体的强度。

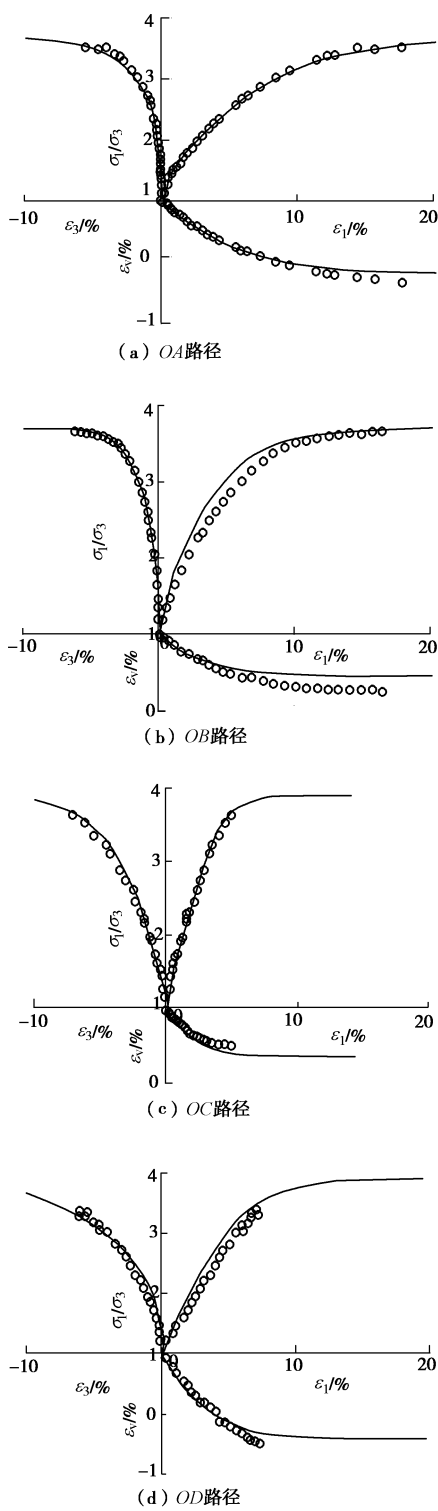


图6 典型路径三轴试验预测值与实测值比较

Fig. 6 Comparison between measured and predicted values of classical triaxial tests

利用真三轴试验^[18]的结果, 验证土的三维弹塑性本构模型, 应力路径如图7所示, 图中OA, OB, OC,

OD 路径的 Lode 参数 b 分别为 0, 0.268, 0.5, 0.732 时进行的等 p 剪切试验。其中 $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$; 根据文献[18]整理得到土性参数分别为: $\varphi_c = 33.7^\circ$, $\beta = 0.1$, $\lambda / (1 + e_0) = 0.0444$, $\kappa / (1 + e_0) = 0.0047$, $\mu = 0.3$ 。模型预测结果与试验数据的对比如图 8 所示。

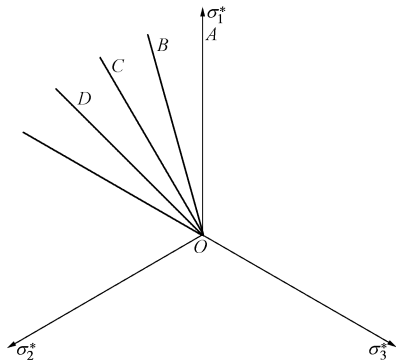


图 7 真三轴路径试验

Fig. 7 Stress paths of true triaxial tests

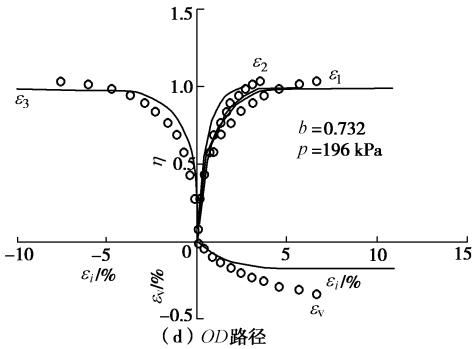
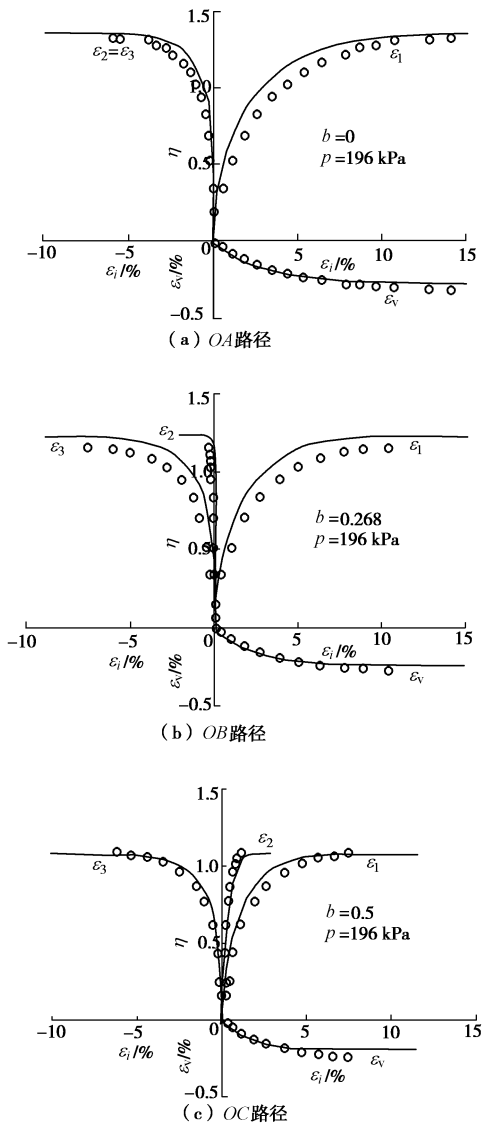


图 8 真三轴试验预测值与实测值比较

Fig. 8 Comparison between measured and predicted values of true triaxial tests

图 8 中黏土在真三轴条件下的试验结果与模型的计算结果显示, 模型合理的描述了土体在不同复杂应力路径下的变形规律, 并较好地计算了土体的强度, 较好地反映了土体在真三轴条件下变形规律。

4 结 论

剑桥模型以静水压力 p 和广义剪应力 q 作为应力参量, 其剪切破坏条件采用了 D-P 强度理论。D-P 强度理论认为同一静水压力下材料的抗剪强度相等, 因此, 剑桥模型不能合理地反映土体在三维应力条件下的强度及变形规律。由于非线性统一强度理论能够合理地描述土体的抗剪强度; 且 β 应力空间内非线性统一强度理论的强度面, 与主应力空间内 D-P 强度理论的强度面相同。这为建立土的三维弹塑性本构模型提供了一种新的思路: 类比剑桥模型, 在 β 应力空间内, 以平均应力 p_β 和广义剪应力 q_β 作为参量建立新的弹塑性模型。

基于临界状态理论, 提出新的剪胀方程, 同时在该空间内结合正交条件获得土的塑性势函数; 模型采用修正剑桥模型的屈服函数, 即采用非相关联流动法则。该模型建立思路清晰, 具有以下特点:

- (1) 模型以非线性统一强度理论作为剪切破坏条件, 是一种三维本构模型。
- (2) 模型参数少, 可以退化为修正剑桥模型。与修正剑桥模型相比, 本文建立的模型多了一个反映岩土类材料三轴拉压强度比的参数 β , 当 $\beta=1$ 时, 本文建立的模型退化为修正剑桥模型。
- (3) 与典型路径三轴试验和真三轴试验数据比较, 模型能够合理地描述土体在复杂应力条件下的变形规律及三维强度特性。

参考文献:

[1] 杜修力, 马 超, 路德春. 岩土类材料的非线性统一强度

- 模型[J]. 力学学报, 2014, **46**(3): 389 - 397. (DU Xiu-li, MA Chao, LU De-chun. Nonlinear unified strength model of geomaterials[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, **46**(3): 389 - 397. (in Chinese))
- [2] LADE P V, DUNCAN J M. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil [J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, 1975, **101**(10): 1037 - 1053.
- [3] MATSUOKA H, NAKAI T. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses[J]. Proceedings of JSCE, 1974, **232**: 59 - 70.
- [4] LADE P V. Single hardening constitutive model for soil, rock, and concrete[J]. International Journal of Solids Structures, 1995, **32**(14): 1963 - 1978.
- [5] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, THURAIRAJAH A. Yielding of clay in states wetter than critical[J]. Géotechnique, 1963, **13**(3): 211 - 240.
- [6] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalized stress-strain behavior of an ideal wet clay[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1968: 535 - 609.
- [7] WROTH C P, HOULSBY G T. Soil mechanics-property characterization and analysis procedures[C]// Proceedings of the 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. San Francisco, 1985: 1 - 55.
- [8] ZIENKIEWICZ O C, PANDE G N. Some useful forms of isotropic yield surface for soil and rock mechanics[C]// Finite Elements in Geomechanics. London, 1977: 179 - 190.
- [9] MATSUOKA H, YAO Yang-ping, SUN De-an. The Cam-clay models revised by the SMP criterion[J]. Soils and Foundations, 1999, **39**(1): 81 - 95.
- [10] 沈珠江. 土的弹塑性应力应变关系的合理形式[J]. 岩土工程学报, 1980, **2**(2): 11 - 19. (SHEN Zhu-jiang. The rational form of stress-strain relationship of soils based on elasto-plasticity theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1980, **2**(2): 11 - 19. (in Chinese))
- [11] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000. (SHEN Zhu-jiang. Theory of soil mechanics[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2000. (in Chinese))
- [12] 李广信. 土的三维本构关系的探讨与模型验证[D]. 北京: 清华大学, 1985. (LI Guang-xin. A study of three-dimensional constitutive relationship of soils and an examination of various modles[D]. Beijing: Tsinghua University, 1985. (in Chinese))
- [13] YAO Yang-ping, SUN De-an. Application of Lade's criterion to Cam-clay model[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, **126**(1): 112 - 119.
- [14] 孙德安, 姚仰平. 基于 SMP 准则的双屈服面弹塑性模型的三维化[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(5): 631 - 634. (SUN De-an, YAO Yang-ping. Generalization of elasto-plastic model with two yield surfaces based on SMP criterion[J]. Chinese Journal of Geotechnical engineering, 1999, **21**(5): 631 - 634. (in Chinese))
- [15] YAO Yang-ping, LU De-chun, ZHOU An-nan, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space[J]. Science in China (Ser E), 2004, **47**(6): 691 - 709.
- [16] CHANG C S, YIN Z Y. Modeling stress-dilatancy for sand under compression and extension loading conditions[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2010, **136**(6): 777 - 786.
- [17] YAO Y P, MATSUOKA H, SUN D A. A unified elastoplastic model for clay and sand with the SMP criterion[C]// Proceedings of the 8th Australia New Zealand Conference on Geomechanics. Hobart, 1999: 997 - 1003.
- [18] CHOWDHURY E Q, NAKAI T. Consequences of the t_{ij} -concept and a new modeling approach[J]. Computers and Geotechnics, 1998, **23**(3): 131 - 164.